

# Diagnostische toets wiskundige vaardigheden voor de eerstegraads opleiding docent Natuurkunde

- Maak eerst de opgaven per onderwerp en kijk hoeveel punten je hebt gehaald. Je kunt daarna je hiaten zelf opzoeken via b.v. het document “Wiskunde voor natuurkunde VO” op de ELO of “Basiskennis en basisvaardigheden” van Kaldewaij en Valstar.

**-Elke opgave maak je, tenzij expliciet anders vermeld in de opgave, zonder rekenmachine en andere hulpmiddelen (Binas, formulekaart, etc.)!!!** Opgaven waarbij je wél een rekenmachine mag gebruiken hebben een **(R)** voor de opgave staan en sluiten af met “Je mag een rekenmachine gebruiken”.

-Indicatie punten: 1p = basiskennis, 3p = gevorderd. De 1p-vragen zouden je dus geen moeite moeten kosten; zo wel, dan is dat een rechtstreekse indicatie dat je moet bijspijkeren.

-De opgaven zijn per onderwerp gerangschikt:

- **1** Algebra, formules omschrijven en oplossen
- **2** Wiskundige verbanden
- **3** Logaritmen en exponentiële functies
- **4** Eenheden
- **5** Meetkunde en goniometrie
- **6** Differentiëren
- **7** Integreren

-Cijfer per onderdeel:  $1 + 9 \times \frac{\text{aantal punten}}{\text{totaal aantal punten}}$ .

-Succes! 😊

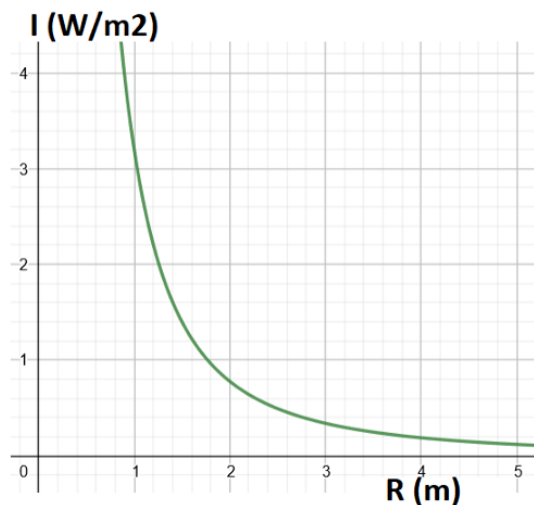
## **1 Algebra, formules omschrijven en oplossen (44p)**

- 1p 1) Schrijf als één breuk:  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \dots$
- 1p 2) Schrijf als één breuk:  $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \dots$
- 1p 3) Schrijf als één breuk:  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \dots$
- 1p 4) Herleid (= "schrijf zo eenvoudig mogelijk"):  $\frac{x^2-1}{x+1} = \dots$
- 2p 5) We kunnen  $\frac{1-x}{1+x}$  ook schrijven als  $1 - \dots$ . Vind ...
- 1p 6) Los op naar  $R_V$ :  $\frac{1}{R_V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_V = \dots$
- 2p 7) Los op naar  $R_V$ :  $\frac{1}{R_V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow R_V = \dots$
- 1p 8) Vereenvoudig de volgende breuk:  $\frac{v}{(\frac{3L}{2})} = \dots$
- 1p 9) De lenzenformule luidt  $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v}$ . Bereken  $b$  als  $v = f$ .
- 1p 10) Schrijf als macht van 2:  $4^3 = 2^{\dots}$
- 1p 11) Schrijf als macht van 3:  $9^5 = 3^{\dots}$
- 1p 12) Schrijf als macht van 2:  $(2^4)^9 = 2^{\dots}$
- 1p 13) Schrijf als macht van 8:  $(2^4)^9 = 8^{\dots}$
- 1p 14) Schrijf als een macht van 2:  $2^3 \times 2^5 \times 4^3 \times 8^{-2} = 2^{\dots}$
- 1p 15) Schrijf als een breuk en bereken de noemer:  $3^{-4} = \dots$
- 1p 16) Leg uit welk getal het grootst is:  $2^{(10^{15})}$  of  $(2^{10})^{15}$ .
- 1p 17) Schrijf als kommagetal:  $4^{-1/2} = \dots$
- 1p 18) Leg uit waarom  $x^0 = 1$  voor alle waarden van  $x$  behalve  $x = 0$ .
- 1p 19) Leg uit waarom delen door nul niet is gedefinieerd.
- 1p 20) Schrijf om:  $A = 4\pi R^2 \rightarrow R = \dots$
- 1p 21) Schrijf om:  $V = \frac{4\pi R^3}{3} \rightarrow R = \dots$
- 1p 22) Schrijf om:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow L = \dots$
- 1p 23) Geef de formule voor de frequentie  $f = \frac{1}{T}$  met  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ , en herleid.

- 1p 24) Gegeven dat  $p = mv$  en  $E_K(v) = \frac{1}{2}mv^2$ . Geef  $E_K(p)$  ( $E_K$  in termen van  $p$ ).
- 1p 25) Los op naar  $x$ :  $2x^2 - 5,2x - 24 = 0$ .
- 3p 26) Een voorwerp wordt omhoog gegooid met beginsnelheid  $+v_0$  en beginhoogte  $h_0$ . Voor de hoogte geldt  $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$  met  $g$  de valversnelling. Leid een formule af voor het tijdstip waarop het voorwerp de grond raakt, en herleid.
- 2p 27) In de relativiteitstheorie rekenen we met de zogenaamde gammafactor  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$  waarin  $v$  een snelheid is, en  $c$  de lichtsnelheid. Toon aan dat  $\gamma = \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}}$ .
- 3p 28) In de relativiteitstheorie wordt de totale energie van een deeltje met massa  $m$  gegeven door de formule  $E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$  met  $p = \gamma mv$  de relativistische impuls en  $\gamma$  de gammafactor uit de vorige opgave. Combineer deze formules en laat zien dat  $E = \gamma mc^2$ .
- 3p 29) Gegeven een voorwerp dat eenparig versnelt van een beginsnelheid  $v_b$  naar een eindsnelheid  $v_e$ . De versnelling wordt gegeven door de 2<sup>e</sup> wet van Newton,  $a = \frac{F}{m}$ . Laat zien dat bij een verplaatsing  $x$  de arbeid  $W = F \cdot x$  gegeven wordt door  $W = \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{1}{2}mv_b^2 = \Delta E_K$ .
- 3p 30) Anna, Bram en Celine hebben samen een grote zak M&M's gedeeld, maar ze zijn vergeten wie hoeveel kreeg. Wat ze zich wel herinneren: (1) Samen hebben ze 61 M&M's gekregen, (2) Anna heeft 5 M&M's meer dan Bram en (3) Celine heeft 2 keer zoveel M&M's als Bram minus 4 M&M's. Bereken hoeveel M&M's Anna, Bram en Celine elk hebben.
- 3p 31) In een kamer met 100 mensen is 99% natuurkundedocent. Bereken hoeveel mensen de kamer moeten verlaten zodat nog 98% natuurkundedocent is.

## 2 Wiskundige verbanden (37p)

- 2p 1) Toon aan dat de raaklijn van de functie  $y = \sin(x)$  in de oorsprong gegeven wordt door  $l(x) = x$ .
- 1p 2) Bereken uit je hoofd op 1 significant cijfer (hoek in rad!):  $\sin(0,02) = \dots$
- 2p 3) Geef de raaklijn van de functie  $y = \sqrt{9 - x^2}$  in  $x = 1$ .
- 1p 4) Bereken hoeveel nulpunten de functie  $y = 2x^2 - 12x + 18$  heeft.
- 1p 5) Geef de formule voor de rechte lijn die door de punten  $(x, y) = (0,5)$  en  $(x, y) = (2,1)$  gaat.
- 1p (R) 6) Gegeven is dat de grafiek van  $y = ax^2 + b$  door de punten  $(1,0)$  en  $(2,6)$  gaat. Leid  $a$  en  $b$  af. Je mag een rekenmachine gebruiken.
- 2p 7) Bereken de gemiddelde waarde van  $f(x) = 5x - 1$  tussen  $x = 0$  en  $x = 4$ .
- 1p 8) Teken de grafiek van  $y = \sqrt{x - 4}$ .
- 1p 9) Teken de grafiek van  $y = (x - 1)^3 + 2$ .
- 1p (R) 10) Los met je grafische rekenmachine, Geogebra of je eigen favoriete hulpmiddel de vergelijking  $5[1 - e^{-x}] = x$  op naar  $x$ . Welke oplossing kun je zo zien?
- 1p 11) Gegeven is de formule voor de slingertijd  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ . Bereken met welke factor  $T$  toe- of afneemt als de lengte  $L$  met een factor 4 afneemt.
- 1p 12) Toon aan dat de formule  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  op twee significante cijfers geschreven kan worden als  $T = 2,0 \cdot \sqrt{L}$ .
- 2p 13) Gegeven de grafiek in figuur 1. Het functievoorschrift dat je zoekt heeft de vorm  $I(R) = C \cdot R^n$ . Bepaal  $C$  en  $n$  uit de grafiek op twee significante cijfers.



Figuur 1

- 1p **(R)** 14) Een functie van de vorm  $f(x) = Ce^{ax}$  gaat door de punten  $(x, y) = (1, 1)$  en  $(2, 8)$ . Bereken  $C$  en  $a$ . Je mag je rekenmachine gebruiken.
- 1p 15) Een functie van de vorm  $f(x) = Ce^{ax} + b$  gaat door de punten  $(x, y) = (0, 1)$  en  $(2, 5)$ . Leg uit waarom je met deze informatie niet  $C$ ,  $a$  en  $b$  eenduidig kunt bepalen.
- 1p 16) Geef het domein en bereik van de functie  $f(x) = 2 + \sqrt{3 - x}$ .
- 1p 17) Geef het domein en bereik van de functie  $f(x) = 10 - 3x^4$ .
- 2p 18) Teken de grafiek van de functie  $f(x) = |x - 3|$ .
- 2p 19) Bepaal de horizontale en verticale asymptoten van  $f(x) = \frac{60x-24}{3x+6}$ .
- 3p 20) We bekijken de functie  $y(n) = \sqrt{n}$  voor gehele getallen  $n$ . Laat met een berekening zien of de relatieve verandering van  $y(n)$  voor  $n \rightarrow n + 1$  (dus als we  $n$  met één ophogen) het grootst is voor grote waarden van  $n$  of juist kleine waarden van  $n$ .
- 2p 21) Leg uit welke waarde de functie  $f(x) = \frac{3x+3}{x-1}$  nadert als we  $x$  willekeurig groot maken.
- 2p 22) Leg uit welke waarde de functie  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$  nadert als we  $x$  willekeurig groot maken.
- 2p 23) Leg uit welke waarde de functie  $f(x) = 3e^x - 2$  nadert als we  $x$  willekeurig klein maken (willekeurig dicht de waarde 0 nadert).
- 3p **(R)** 24) Gegeven een bol met straal  $r$ . Als de straal met  $2,00 \text{ cm}$  toeneemt, neemt het volume met  $200 \text{ cm}^3$  toe. Bereken de straal van deze bol. Je mag je rekenmachine gebruiken.

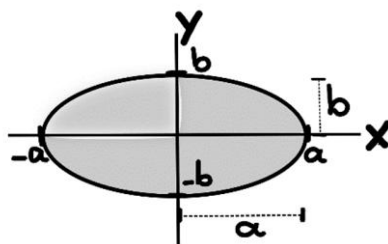
### **3 Logaritmen en exponentiële functies (23p)**

Notatie:  $\log_{10}(x) = \log(x)$ ,  $\ln(x)$  is de natuurlijke logaritme van  $x$  met grondtal  $e$  en  $\log_g(x)$  is de logaritme van  $x$  met grondtal  $g$ .

- 1p 1) Schrijf de definitie van de logaritme met grondtal  $g$  op en leg hiermee uit waarom de logaritme van een negatief (reëel) getal ongedefinieerd is.
- 1p 2) Los op naar  $x$ :  $2^x = 10$ . De logaritme hoeft je niet expliciet uit te rekenen.
- 2p 3) Bereken:  $\log_3(\frac{1}{3^5})$ ,  $\log_1(\pi)$ ,  $\log_6(1)$ ,  $\log_4(8)$ ,  $\log_2(64)$ , en  $\log_{10}(0,001)$ .
- 1p 4) Leg uit waarom  $\log(51) = \log(3) + \log(17)$  en  $\log(0,333) = \log(3) - \log(9)$ .
- 1p 5) Leg uit tussen welke twee gehele getallen  $\log_5(10)$  ligt.
- 2p 6) Teken de grafiek van  $y = \ln(x)$ .
- 1p 7) Schrijf om en vereenvoudig:  $y(x) = \log(9\sqrt{x}) \rightarrow x(y) = \dots$
- 1p 8) Schrijf om:  $y(x) = e^{3x+5} - 2 \rightarrow x(y) = \dots$
- 2p 9) Je vouwt een stuk papier net zo vaak dubbel totdat het oppervlak minder dan 0,1% van het oorspronkelijke oppervlak is. Bereken hoe vaak je *minstens* moet vouwen.
- 3p 10) Voor radioactief verval geldt de formule  $N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$ , met  $t_{1/2}$  de halfwaardetijd. Herschrijf deze formule naar  $t = \dots$  en vereenvoudig zoveel mogelijk.
- 3p 11) Herschrijf de formule  $N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$  naar  $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$  en druk  $\lambda$  uit in  $t_{1/2}$  en  $\ln(2)$ .
- 1p 12) Geef de verticale asymptoot van de functie  $f(x) = -3 + \ln(2x + 10)$ .
- 1p (R) 13) Schrijf de formule  $N(t) = \frac{200}{1,85^{0,1t}}$  in de vorm  $N(t) = b \cdot g^t$ . Je mag je rekenmachine gebruiken.
- 1p (R) 14) Een hoeveelheid neemt jaarlijks met 4,5% toe. Bereken de verdubbelingstijd in maanden. Je mag je rekenmachine gebruiken.
- 1p 15) Een hoeveelheid  $N(t)$  neemt exponentieel toe. Op  $t = 4$  geldt  $N = 5000$  en op  $t = 6,5$  geldt  $N = 6000$ . Geef de formule voor  $N(t)$ .
- 1p (R) 16) Voor twee geluidsintensiteiten (vermogens)  $I_0$  en  $I_1$  is het niveauverschil  $L$  in dB gegeven door  $\frac{I_1}{I_0} = 10^{L/10}$ . Schrijf dit om naar  $L = \dots$  en laat zien dat een verdubbeling in intensiteit een toename van  $L = +3$  dB inhoudt. Je mag je rekenmachine gebruiken.

#### 4 Eenheden (21p)

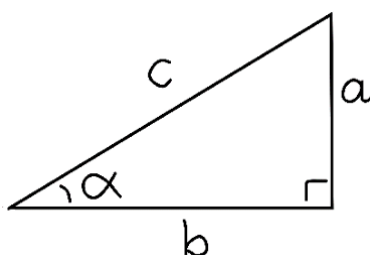
- 1p 1) Geef de eenheid 'newton' in andere SI-eenheden en leg uit wat '1 N' betekent.
- 1p 2) Je klasgenoot Henkie beweert dat de hoek  $\alpha$  in figuur 3 eenheidsloos is. Eens?
- 1p (R) 3) Bereken de valversnelling  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  in de eenheid lichtjaar per jaar<sup>2</sup>. Je mag je rekenmachine gebruiken. De lichtsnelheid  $c = 299.792.458 \text{ m/s}$ .
- 1p 4) De hoogte van een voorwerp voldoet aan het functievoorschrift  $h(t) = -5t^2 + 3t + 2$ . Leid de eenheden af van de coëfficiënten  $-5$ ,  $+3$  en  $+2$ .
- 1p (R) 5) Bereken de constante van Planck  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  in de eenheid  $\text{eV} \cdot \text{s}$ . Gegeven:  $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$ . Je mag je rekenmachine gebruiken.
- 1p 6) Ga na dat de SI-eenheden in de formule  $a = \frac{v^2}{r}$  kloppen.
- 1p 7) Leg uit wat er niet klopt aan de formules (1)  $x = \sin(t)$ , waarin  $x$  een positie is in m en  $t$  een tijd in s, en (2)  $N(t) = N_0 g^t$  met  $N$  een aantal en  $t$  een tijd.
- 1p 8) Toon aan dat de eenheden van de formule  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  links en rechts kloppen.
- 1p 9) Leid de SI-eenheid van Newtons constante  $G$  af in de formule  $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ .
- 1p 10) Gegeven twee kansen  $P_1 = 25\%$  en  $P_2 = 10\%$ . Bereken  $P_1 \times P_2$  in %.
- 2p 11) Gegeven de ellips in figuur 2. Als  $a = b$ , dan wordt de ellips een cirkel. Bedenk met dit gegeven en eenheden een formule voor het oppervlak.
- 2p 12) Zie vorige opgave, maar dan voor de *omtrek*. Check je antwoorden!



Figuur 2

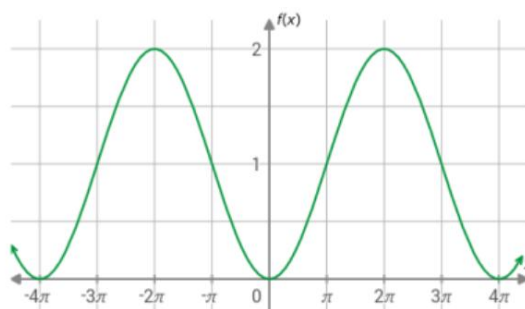
- 2p 13) We kunnen een bol met straal  $R$  ook in tien dimensies definiëren. Leg uit hoe het "volume" en het "oppervlak" van deze bol van  $R$  afhangen.
- 2p 14) De golfsnelheid  $v$  van een snaar wordt gegeven door  $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$  met  $T$  de spankracht in N. Bereken de eenheid van  $\mu$  en interpreteer deze grootte.
- 3p 15) De energie  $E$  van een deeltje hangt af van de constante van Planck  $h$  (eenheid  $\text{J} \cdot \text{s}$ ), de grootte van de doos  $L$  (in m), en de massa van het deeltje  $m$  (in kg). Er geldt dus  $E \sim h^\alpha m^\beta L^\gamma$ . Bereken  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$ .

## 5 Meetkunde en goniometrie (34p)



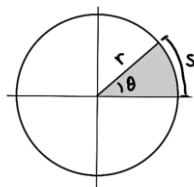
Figuur 3

- 1p 1) Een rechthoekige driehoek zoals in figuur 3 heeft zijden  $a = 8$ ,  $b = 15$ . Bereken de schuine zijde  $c$ .
- 1p 2) Een rechthoekige driehoek zoals in figuur 3 heeft zijden  $a = 3$ ,  $b = 4$ . Bereken  $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$  en  $\tan(\alpha)$ .
- 1p 3) Een rechthoekige driehoek zoals in figuur 3 heeft zijden  $a = 5$ ,  $b = 2$ . Bereken het oppervlak.
- 2p 4) Gegeven is de functie  $y = 4x + 2$ . Bereken het oppervlak onder de grafiek tussen  $x = 0$  en  $x = 5$ .
- 2p 5) Leid een formule af voor de verhouding tussen het oppervlak en het volume van een bol.
- 2p 6) Leid een formule af voor de verhouding tussen het oppervlak en het volume van een kubus.
- 1p 7) Teken de grafieken van  $y = \sin(x)$  en  $y = \cos(x)$  in één assenstelsel en geef alle minima, maxima en nulpunten aan.
- 1p 8) Teken de grafiek  $y = \cos^2(x)$  en  $y = \cos(x)$  in één assenstelsel.
- 1p 9) Teken de grafiek  $y = 3 \sin(2x) + 2$ .
- 1p 10) Geef de nulpunten van  $y = \tan(4x)$ .
- 1p 11) Zie figuur 3: leg uit waarom  $\sin(\alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ .
- 1p 12) Bereken  $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ . Hint: teken een geschikte driehoek zoals figuur 3.
- 1p 13) Bereken  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ . Hint: teken een geschikte driehoek zoals figuur 3.
- 1p 14) Leg m.b.v. de eenheidscirkel uit waarom  $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ .
- 2p 15) De grafiek in figuur 4 op de volgende pagina heeft als functievoorschrift  $y = A \sin(2\pi ft + \phi) + b$ . Leid  $A$ ,  $f$ ,  $\phi$  en  $b$  af.



Figuur 4

- 2p 16) De waterstand in een haven heeft vanwege eb en vloed het volgende functievoorschrift ( $t$  is in uren vanaf 12 uur 's nachts)  $h(t) = 2,5 + 4,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ . Geef de amplitude, trillingstijd en frequentie van deze sinusoïde, teken deze in een assenstelsel en bereken op welke tijdstippen de waterhoogte het snelste daalt.
- 1p 17) Gegeven de cirkel in figuur 5 met  $r = 10 \text{ m}$  en  $\theta = 1 \text{ rad}$ . Bereken booglengte  $s$ .



Figuur 5

- 1p 18) Benader aardappelen als bolvormig. Leg wiskundig (!) uit waarom het efficiënter is om grote aardappelen te schillen dan kleine aardappelen.
- 2p 19) Het volume van een bol wordt 3 keer zo groot. Bereken hoeveel keer groter het oppervlak wordt.
- 2p 20) Neem een vierkant waar exact een cirkel met straal  $r$  in past. Bereken de verhouding tussen het oppervlak van de cirkel en het vierkant.
- 2p 22) Zie figuur 3, neem  $a = b = 1$  en bepaal  $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$  en  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .
- 2p 23) Teken een gelijkzijdige driehoek (3 gelijke zijden), deel deze op in 2 gelijke driehoeken en bepaal hieruit  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .
- 1p 24) Leg uit of (1) de verhouding tussen de omtrek en de diameter van een cirkel van de diameter afhangt, en (2) of de verhouding tussen het oppervlak en de diameter van een cirkel van de diameter afhangt.
- 2p 25) Een voorwerp met massa  $m$  wordt in een cirkelbaan met straal  $r$  geslingerd door een middelpuntzoekende kracht  $F_{mpz} = \frac{mv^2}{r}$ . Geef een formule voor de uitgevoerde arbeid  $W$  op het voorwerp t.g.v.  $F_{mpz}$  per omlooptijd  $T$ .

## 6 Differentiëren (32p)

- 1p 1) Leg uit wat het verband is tussen de gemiddelde snelheid tussen 2 tijdstippen  $t_1$  en  $t_2$ , en de snelheid op een tijdstip  $t$ .
- 1p 2) Welke conclusie kun je trekken als de 2<sup>e</sup> afgeleide in een punt gelijk is aan 0?
- 1p 3) Bepaal de afgeleide van  $f(x) = 3x^2 - 2x$ .
- 1p 4) Bepaal de afgeleide van  $f(x) = 5e^{3x}$ .
- 1p 5) Bepaal de afgeleide van  $f(x) = 3\sin(2x)$ .
- 1p 6) Bepaal van de hoogtefunctie  $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$  de snelheidsfunctie  $v(t)$  en versnellingsfunctie  $a(t)$ .
- 3p 7) Bepaal van de hoogtefunctie  $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$  het tijdstip waarop de hoogte maximaal is, en bepaal een uitdrukking voor deze maximale hoogte.
- 2p 8) Leg m.b.v. de desbetreffende grafieken uit waarom de afgeleide van  $f(x) = A\sin(x)$  wordt gegeven door  $f'(x) = A\cos(x)$ , en die van  $g(x) = A\cos(x)$  door  $g'(x) = -A\sin(x)$ .
- 3p 9) Een harmonische trilling voldoet aan  $x(t) = A\cos(\omega t)$  met  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ . Toon aan dat de totale energie  $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$  constant is en geef hiervoor een uitdrukking.
- 3p 10) Leg met een schets uit waarom de afgeleide  $\frac{dV}{dr}$  van een bol met volume  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  gelijk is aan het oppervlak  $A$  van de bol.
- 2p 11) Bepaal de maxima/minima en hun aard van de functie  $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ .
- 2p 12) Bepaal de maxima/minima en hun aard van de functie  $f(x) = x \cdot \ln(x)$ .
- 2p 13) Bepaal het maximum van de functie  $f(x) = x^2e^{-2x}$ .
- 3p (R) 14) Een boer heeft 400 m aan hekwerk dat hij in de vorm van een rechthoek wil plaatsen. Bereken het maximale oppervlak dat hij met dit hekwerk kan omsluiten. Je mag je rekenmachine gebruiken.
- 3p (R) 15) Een verpakking in de vorm van een cilinder met boden en deksel moet 1 L aan vloeistof bevatten. Bereken de afmetingen (hoogte en diameter) van de cilinder in cm als het oppervlak van het gebruikte materiaal zo klein mogelijk is, en geef dit oppervlak. Je mag je rekenmachine gebruiken.
- 3p (R) 16) Van een cirkel neemt de straal  $r$  toe volgens de formule  $r(t) = 2t^2 + 5$  met  $r$  in meter en  $t$  in seconden. Bereken hoeveel vierkante meter per seconde het oppervlak toeneemt op  $t = 3$  s. Je mag je rekenmachine gebruiken.

## **7 Integreren (17p)**

- 2p 1) Bepaal de primitieve  $F(x) = \int (x^2 + x)dx$ .
- 2p 2) Bepaal de primitieve  $F(x) = \int \sqrt{x}dx$ .
- 2p 3) Bepaal de primitieve  $F(x) = \int \sin(2x)dx$ .
- 2p 4) Bepaal de integraal  $I = \int_0^3 e^{2x}dx$ .
- 2p 5) Gegeven de wet van Hooke voor de veerkracht,  $F_v = -k \cdot x$ . Laat zien dat de arbeid die geleverd moet worden om de veer  $x$  m uit zijn evenwichtsstand te trekken gelijk is aan  $W = \frac{1}{2}kx^2$ .
- 2p 6) Leg m.b.v. de grafiek uit waarom de integraal  $I = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{x} dx$  onbepaald is.
- 2p 7) Leg m.b.v. de grafiek uit waarom  $\int_{-a}^{+a} \sin(x) dx = 0$  voor elk getal  $a$ .
- 3p 8) Gegeven een constante versnelling  $a$ . Integreer deze constante versnelling *tweemaal* naar de tijd  $t$ , leg uit wat voor functie je krijgt en interpreteer de twee integratieconstanten die je zo krijgt natuurkundig.